

Dérivées et applications : Exercices complémentaires

1 Dérive :

- a) $x^2 + 5x - 8$ (R : $2x + 5$)
- b) $\frac{2x-4}{x^2+1}$ (R : $\frac{-2x^2+8x+2}{(x^2+1)^2}$)
- c) $4x - 3$ (R : 4)
- d) $-8x^2 + 1$ (R : $-16x$)
- e) $\frac{1}{x^2}$ (R : $\frac{-2}{x^3}$)
- f) $\frac{3x}{x-1}$ (R : $\frac{-3}{(x-1)^2}$)
- g) $4x$ (R : 4)
- h) $-\frac{x}{3}$ (R : $-\frac{1}{3}$)
- i) $2x^2 - 5x + 7$ (R : $4x - 5$)
- j) $\sqrt{x} + 4x - 1$ (R : $\frac{1}{2\sqrt{x}} + 4$)
- k) $\frac{1-2x}{3x-1}$ (R : $\frac{-1}{(3x-1)^2}$)
- l) $x + \cos x$ (R : $1 - \sin x$)
- m) $3 \sin x - 2 \cos x$ (R : $3 \cos x + 2 \sin x$)
- n) $(2+x)(1-5x)$ (R : $-9 - 10x$)
- o) $(x^4 - 1)(2x + 3)$ (R : $10x^4 + 12x^3 - 2$)
- p) $(x - x^2)(3x)$ (R : $6x - 9x^2$)
- q) $x^2 \cos x$ (R : $2x \cos x - x^2 \sin x$)
- r) $\sin x \cos x$ (R : $\cos 2x$)
- s) $\frac{2x^3}{x^2-1}$ (R : $\frac{2x^4-6x^2}{(x^2-1)^2}$)
- t) $\frac{4x^2+3x-1}{2x+1}$ (R : $\frac{8x^2+8x+5}{(2x+1)^2}$)
- u) $(x^3 - 5x)(2x^2 - 4)$ (R : $10x^4 - 42x^2 + 20$)
- v) $x^2 + 5x - 2$ (R : $2x + 5$)
- w) $x^2(x+2)$ (R : $3x^2 + 4x$)
- x) $(3x+4)^2$ (R : $6(3x+4)$)
- y) $(x - x^2)^3$ (R : $3(x - x^2)^2(1 - 2x)$)
- z) $(2 - 4x)^3$ (R : $-12(2 - 4x)^2$)

2 Dérive encore :

- a) $\tan 4x$ (R : $\frac{4}{\cos^2 4x}$)
- b) $\sin^2(3x+2)$ (R : $6 \cdot \sin(3x+2) \cdot \cos(3x+2)$)

- c) $\cos^3(2x)$ (R : $-6 \cos^2(2x) \sin(2x)$)
- d) $\frac{3}{(2x+1)^2}$ (R : $\frac{-12}{(2x+1)^3}$)
- e) $\sqrt{3x}$ (R : $\frac{3}{2\sqrt{3x}}$)
- f) $\sqrt{x^2-4x}$ (R : $\frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x}}$)
- g) $6x-3x^2$ (R : $6-6x$)
- h) $-2x$ (R : -2)
- i) -1 (R : 0)
- j) $2x-1$ (R : 2)
- k) $-2x^3+7x^2-9$ (R : $-6x^2+14x$)
- l) $4(x-2)+3$ (R : 4)
- m) $\sqrt{x+3}$ (R : $\frac{1}{2\sqrt{x+3}}$)
- n) $\frac{1}{x^2+1}$ (R : $\frac{-2x}{(x^2+1)^2}$)
- o) x^3-2x-5 (R : $3x^2-2$)
- p) x^3-x-1 (R : $3x^2-1$)
- q) x^3+3x+1 (R : $3x^2+3$)
- r) $x-\cos x$ (R : $1+\sin x$)
- s) x^3-3x^2-9x+1 (R : $3x^2-6x-9$)
- t) $\frac{x}{x^2+1}$ (R : $\frac{-x^2+1}{(x^2+1)^2}$)
- u) $2x^4-3x^2$ (R : $8x^3-6x$)
- v) $x^2+\frac{1}{x}$ (R : $2x-\frac{1}{x^2}$)

3 Corrections

a)

$$(x^2 + 5x - 8)' = (x^2)' + (5x)' - 8' \quad (1)$$

$$\text{car } (f + g)' = f' + g'.$$

$$(x^2)' + (5x)' - 8' = 2x + 5 \cdot 1 - 0 \quad (2)$$

car

$$(x^2)' = 2x \quad (3)$$

$$(k \cdot f)' = k \cdot f' \quad (4)$$

$$x' = 1 \quad (5)$$

$$k' = 0. \quad (6)$$

$$2x + 5 \cdot 1 - 0 = 2x + 5. \quad (7)$$

Donc

$$(x^2 + 5x - 8)' = 2x + 5. \quad (8)$$

b)

$$\left(\frac{2x-4}{x^2+1}\right)' = \frac{(2x-4)' \cdot (x^2+1) - (2x-4) \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2} \quad (9)$$

car

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2} \quad (10)$$

$$\frac{(2x-4)' \cdot (x^2+1) - (2x-4) \cdot (x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \frac{2 \cdot (x^2+1) - (2x-4) \cdot 2x}{(x^2+1)^2} \quad (11)$$

En effet :

$$(2x-4)' = (2x)' - 4' \quad (12)$$

$$= 2 \cdot x' - 0 \quad (13)$$

$$= 2 \cdot 1 \quad (14)$$

$$= 2 \quad (15)$$

car

$$(f+g)' = f' + g' \quad (16)$$

$$(k \cdot f)' = k \cdot f' \quad (17)$$

$$k' = 0 \quad (18)$$

$$x' = 1. \quad (19)$$

c) $4x - 3$ ($\mathbb{R} : 4$)

d) $-8x^2 + 1$ ($\mathbb{R} : -16x$)

e) $\frac{1}{x^2}$ ($\mathbb{R} : \frac{-2}{x^3}$)

f) $\frac{3x}{x-1}$ ($\mathbb{R} : \frac{-3}{(x-1)^2}$)

g) $4x$ ($\mathbb{R} : 4$)

- h) $-\frac{x}{3}$ (R : $-\frac{1}{3}$)
- i) $2x^2 - 5x + 7$ (R : $4x - 5$)
- j) $\sqrt{x} + 4x - 1$ (R : $\frac{1}{2\sqrt{x}} + 4$)
- k) $\frac{1-2x}{3x-1}$ (R : $\frac{-1}{(3x-1)^2}$)
- l) $x + \cos x$ (R : $1 - \sin x$)
- m) $3 \sin x - 2 \cos x$ (R : $3 \cos x + 2 \sin x$)
- n) $(2+x)(1-5x)$ (R : $-9-10x$)
- o) $(x^4-1)(2x+3)$ (R : $10x^4+12x^3-2$)
- p) $(x-x^2)(3x)$ (R : $6x-9x^2$)
- q) $x^2 \cos x$ (R : $2x \cos x - x^2 \sin x$)
- r) $\sin x \cos x$ (R : $\cos 2x$)
- s) $\frac{2x^3}{x^2-1}$ (R : $\frac{2x^4-6x^2}{(x^2-1)^2}$)
- t) $\frac{4x^2+3x-1}{2x+1}$ (R : $\frac{8x^2+8x+5}{(2x+1)^2}$)
- u) $(x^3-5x)(2x^2-4)$ (R : $10x^4-42x^2+20$)
- v) x^2+5x-2 (R : $2x+5$)
- w) $x^2(x+2)$ (R : $3x^2+4x$)
- x) $(3x+4)^2$ (R : $6(3x+4)$)
- y) $(x-x^2)^3$ (R : $3(x-x^2)^2(1-2x)$)
- z) $(2-4x)^3$ (R : $-12(2-4x)^2$)